

УДК 621.771.01

Сатонин А. В.  
Настоящая С. С.  
Переходченко В. А.

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ ГОРЯЧЕЙ ПРОКАТКЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОНКИХ ПОЛОС

Повышение требований, предъявляемых к сортаменту и основным показателям качества относительно тонких горячекатаных полос, обуславливает необходимость дальнейшего развития соответствующих методов расчета напряженно-деформированного состояния металла при его прокатке в чистовых рабочих клетях широкополосных станов. При этом с учетом количественной оценки соотношения общей протяженности зоны пластического формоизменения  $L_{nl}$  и средней толщины  $h_{cp}$  соответствующего  $L/h_{cp} > 3$  в качестве одного из основных направлений данного развития следует указать на приоритетность использования численных одномерных конечно-разностных подходов, позволяющих учесть реальный характер распределений геометрических параметров, механических свойств и условий внешнего контактного трения по длине очага деформации [1–3].

Целью работы является создание математических моделей, максимально учитывающих факторы, влияющие на напряженное состояние металла при его горячей прокатке на широкополосных станах.

Исходя из изложенного выше, численное математическое моделирование локальных и интегральных характеристик напряженно-деформированного состояния металла при горячей прокатке относительно тонких полос осуществляли путем разбиения по оси  $X$  всей протяженности зоны пластического формоизменения  $L_{nl}$  (рис. 1, а) на конечное множество  $n$  элементарных объемов и в последующем численном рекуррентном решении конечно-разностных форм условий баланса энергетических затрат или статико-динамического равновесия, рассматриваемых в рамках каждого отдельного выделенного  $i$ -го элементарного объема (рис. 1, б). При этом границы зоны пластического формоизменения были приняты вертикальными, а ее протяженность, учитывая возможность условий реализации процесса асимметричной прокатки, включала в себя зоны отставания  $L_{om1}, L_{om2}$  и опережения  $L_{on1}, L_{on2}$  на контактных поверхностях ведущего и ведомого рабочих валков радиусами  $R_1$  и  $R_2$ , соответственно (см. рис. 1, а). Вертикальными в этом случае приняты также начальные  $cd$  и конечные  $ae$  граничные сечения каждого отдельного  $i$ -го элементарного объема (см. рис. 1, б).

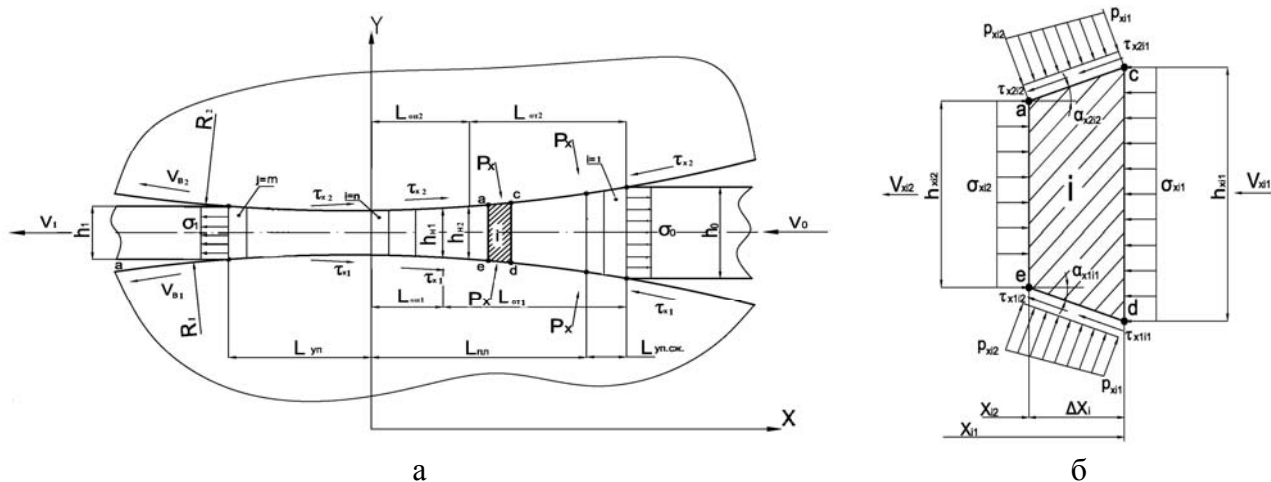


Рис. 1. Расчетные схемы интегрального очага деформации (а) и выделенного  $i$ -го элементарного объема (б) применительно к численному математическому моделированию напряженно-деформированного состояния при горячей прокатке относительно тонких полос

Помимо указанных выше в рамках рассматриваемой численной математической модели был принят еще ряд допущений, основными из которых по аналогии с методиками работ [1–3] являются следующие:

- деформация прокатываемой полосы является плоской и установившейся во времени, при этом кинематика пластического течения металла подчиняется гипотезе плоских сечений;
- геометрические параметры интегрального очага деформации (см. рис. 1, а), а также толщины начальных  $h_{xi1}$  и конечных  $h_{xi2}$  граничных сечений каждого отдельного  $i$ -го элементарного объема (см. рис. 1, б) являются известными исходя из итерационных решений, учитывающих упругое сплющивание рабочих валков и прокатываемой полосы;
- изменения текущих значений толщины  $h_{xi} = h_{xi1} \dots h_{xi2}$ , а также нормальных  $P_{xi} = P_{xi1} \dots P_{xi2}$  и касательных  $\tau_{xli} = \tau_{xli1} \dots \tau_{xli2}$ ,  $\tau_{x2i} = \tau_{x2i1} \dots \tau_{x2i2}$  контактных напряжений по длине каждого отдельного  $i$ -го элементарного объема носят линейный характер (см. рис. 1, б);
- аналитические описания касательных контактных напряжений соответствуют закону пластического трения  $\tau_x = 2K_x \mu_x$  [4], при этом текущие по длине очага деформации значения удвоенного сопротивления сдвигу прокатываемого металла  $2K_x$  и коэффициента пластического трения  $\mu_x$  являются известными исходя из результатов работ [1, 5] и других.

Сведя с учетом характера принятых допущений и конечно-разностной формы представления основных компонент напряженно-деформированного состояния активные составляющие в левую, а реактивные, в том числе и инерционную, составляющие в правую часть, условие баланса энергетических затрат, рассматриваемого в рамках каждого отдельного выделенного  $i$ -го элементарного объема (см. рис. 1, б) можно записать как:

$$N_{\sigma i1} + N_{\tau li} + N_{\tau 2i} = N_{\sigma i2} + N_{\tau cl} + N_{\tau c2i} + N_{Fi} + N_{ui}, \quad (1)$$

где  $N_{\sigma i1}, N_{\sigma i2}$  – мощности нормальных осевых напряжений  $\sigma_{xi1}, \sigma_{xi2}$ , действующих, соответственно, в начальном  $cd$  и конечном  $ae$  граничных сечениях выделенного  $i$ -го элементарного объема;  $N_{\tau li}, N_{\tau 2i}$  – мощности, подводимые в зонах отставания и отводимые в зонах опережения силами внешнего трения на контактных поверхностях ведущего и ведомого рабочих валков;  $N_{\tau cl}, N_{\tau c2i}$  – текущие значения мощностей относительного скольжения, то есть мощностей, расходуемых на преодоление сил внешнего трения на контактных поверхностях соответствующих рабочих валков;  $N_{Fi}, N_{ui}$  – мощности, расходуемые непосредственно на пластическое формоизменение и на преодоление инерционных сил в рамках данного  $i$ -го выделенного элементарного объема.

Раскрыв, в соответствии с рекомендациями работ [1, 2], составляющие уравнения (1) и определив дополнительно инерционную составляющую для энергетического подхода, получим:

$$\begin{aligned} & \sigma_{xi1} h_{xi1} V_{xi1} + \frac{\tau_{xli1} + \tau_{xli2}}{2 \cos \alpha_{xli}} \Delta x V_{\sigma 1} + \frac{\tau_{x2i1} + \tau_{x2i2}}{2 \cos \alpha_{x2i}} \Delta x V_{\sigma 2} = \sigma_{xi2} h_{xi2} V_{xi2} + \\ & + \frac{1}{2} \left[ \tau_{xli1} \left( V_{\sigma 1} - \frac{V_{xi1}}{\cos \alpha_{xli}} \right) + \tau_{xli2} \left( V_{\sigma 1} - \frac{V_{xi2}}{\cos \alpha_{xli}} \right) \right] \frac{\Delta x}{\cos \alpha_{xli}} + \\ & + \frac{1}{2} \left[ \tau_{x2i1} \left( V_{\sigma 2} - \frac{V_{xi1}}{\cos \alpha_{x2i}} \right) + \tau_{x2i2} \left( V_{\sigma 2} - \frac{V_{xi2}}{\cos \alpha_{x2i}} \right) \right] \frac{\Delta x}{\cos \alpha_{x2i}} + \frac{1}{2} K_{\Lambda} (2K_{xi1} + 2K_{xi2}) \times \\ & \times h_{xi2} \ln \left( \frac{h_{xi1}}{h_{xi2}} \right) V_{xi2} + \rho_m \frac{h_{xi1} + h_{xi2}}{2} a_{xi} V_{xi2} \Delta x, \end{aligned} \quad (2)$$

где положительные значения нормальных осевых напряжений  $\sigma_{xi}$  соответствуют напряжениям сжатия, а противонаправленность касательных контактных напряжений  $\tau_{x1i1}$ ,  $\tau_{x1i2}$ ,  $\tau_{x2i1}$ ,  $\tau_{x2i2}$  в зонах отставания и опережения на ведущем (первый цифровой индекс 1) и ведомом (первый цифровой индекс 2) рабочих валках учтена аналитическими описаниями текущих значений соответствующих коэффициентов пластического трения  $\mu_{x1i1}$ ,  $\mu_{x1i2}$ ,  $\mu_{x2i1}$ ,  $\mu_{x2i2}$ , имеющих положительные значения в зонах отставания и отрицательные – в зонах опережения;  $\Delta x = L_{nl}/n$  – шаг разбиения зоны пластического формоизменения;  $V_{xi1}$ ,  $V_{xi2}$  – скорости перемещения металла в начальном  $cd$  (последний цифровой индекс 1) и конечном  $ae$  (последний цифровой индекс 2) граничных сечениях (см. рис. 1, б);  $\alpha_{x1i}$ ,  $\alpha_{x2i}$  – текущие значения углов контакта;  $\rho_m$  – плотность материала прокатываемых полос;  $a_{xi}$  – ускорение металла, имеющее место при его пластической деформации в рамках данного выделенного  $i$ -го элементарного объема:

$$a_{xi} = (V_{xi2} - V_{xi1})(V_{xi1} + V_{xi2}) / (2\Delta x) = V_1^2 h_1^2 (1/h_{xi2}^2 - 1/h_{xi1}^2) / (2\Delta x);$$

$h_1$ ,  $V_1$  – конечная толщина прокатываемой полосы и скорость ее перемещения на выходе из очага деформации.

Следует отметить, что известные теоретические решения [1–3] основаны на использовании инженерного варианта условия пластичности  $p_{xi2} - \sigma_{xi2} = 2K_{xi2}$ , не учитывающего влияние касательных компонент девиатора напряжений  $\tau_{xyi2}$ . Более корректным является использование полной формы записи данного условия в виде [4]:

$$(p_{xi2} - \sigma_{xi2})^2 + 4\tau_{xyi2}^2 = 4K_{xi2}^2. \quad (3)$$

С учетом того, что усредненное по толщине значение касательных компонент девиатора напряжений может быть представлено как  $\tau_{xyi2} = (|\tau_{x1i2}| + |\tau_{x2i2}|) / 4$  выражение (3) трансформируется к виду:

$$\sigma_{xi2} = p_{xi2} - K_{xi2} \sqrt{4 - (|\mu_{x1i2}| + |\mu_{x2i2}|)^2}. \quad (4)$$

Приняв вследствие малых значений текущих углов контакта  $\alpha_{x1i}$ ,  $\alpha_{x2i}$  величины их косинусов равными  $\cos \alpha_{x1i} \approx \cos \alpha_{x2i} \approx 1,0$  и используя закон пластического трения, а также кинематические соотношения, предоставляемые гипотезой плоских сечений  $V_{xi1} = V_1 h_1 / h_{xi1}$ ;  $V_{xi2} = V_1 h_1 / h_{xi2}$  [4] уравнение (2) можно записать как:

$$\sigma_{xi1} = p_{xi2} - K_{xi2} \sqrt{4 - (|\mu_{x1i2}| + |\mu_{x2i2}|)^2} - K_{xi1} (\mu_{x1i1} + \mu_{x2i1}) \Delta x / h_{xi1} - K_{xi2} (\mu_{x1i2} + \mu_{x2i2}) \Delta x / h_{xi2} + 0,5 K_{\Lambda} (2K_{xi1} + 2K_{xi2}) \ln(h_{xi1} / h_{xi2}) + 0,5 \rho_m (h_{xi1} + h_{xi2}) a_{xi} \Delta x / h_{xi2}. \quad (5)$$

Следуя рекуррентной схеме решения, в соответствии с которой результаты расчета конечного граничного сечения предыдущего ( $i-1$ ) являются исходными данными для расчета начального граничного сечения последующего  $i$ -го элементарного объема, то есть с учетом известных значений нормальных осевых  $\sigma_{xi1} = \sigma_{x(i-1)2}$  и нормальных контактных  $p_{xi1} = p_{x(i-1)2}$  напряжений, а также известных всех геометрических характеристик и коэффициентов пластического трения, уравнение (5) содержит только одну неизвестную величину нормальных контактных напряжений  $p_{xi2}$ , по отношению к которой в окончательном виде имеем:

$$p_{xi2} = \sigma_{xi1} + K_{xi2} \sqrt{4 - (|\mu_{x1i2}| + |\mu_{x2i2}|)^2} h_{xi2} + K_{xi1} (\mu_{x1i1} + \mu_{x2i1}) \Delta x / h_{xi1} + \\ + K_{xi2} (\mu_{x1i2} + \mu_{x2i2}) \Delta x / h_{xi2} - K_{\Lambda} (2K_{xi1} + 2K_{xi2}) \ln(h_{xi1} / h_{xi2}) - 0,5 \rho_m (h_{xi1} + h_{xi2}) a_{xi} \Delta x / h_{xi2}, \quad (6)$$

где, исходя из условия пластичности (4), может быть определена и соответствующая величина нормальных осевых напряжений  $\sigma_{xi2}$ .

Решение аналогичное (6) было получено и на основе численного рекуррентного решения условия статико-динамического равновесия выделенного  $i$ -го элементарного объема (см. рис. 1, б), аналитическая форма записи которого при проектировании всех сил на ось  $X$  имеет вид:

$$\sigma_{xi2} h_{xi2} - \sigma_{xi1} h_{xi1} - 0,5(\tau_{x1i1} + \tau_{x1i2}) \Delta x - 0,5(\tau_{x2i1} + \tau_{x2i2}) \Delta x + \\ + 0,5(p_{xi1} + p_{xi2}) \operatorname{tg} \alpha_{1i1} \Delta x + 0,5(p_{xi1} + p_{xi2}) \operatorname{tg} \alpha_{2i2} \Delta x + 0,5 \rho_m (h_{xi1} + h_{xi2}) \Delta x a_{xi} = 0. \quad (7)$$

С учетом принятых допущений и соответствующих математических преобразований уравнение (7) может быть преобразовано как:

$$p_{xi2} h_{xi2} - K_{xi2} \sqrt{4 - (|\mu_{x1i2}| + |\mu_{x2i2}|)^2} h_{xi2} - \sigma_{xi1} h_{xi1} - 0,5(2K_{xi1} \mu_{x1i1} + 2K_{xi2} \mu_{x1i2}) \Delta x - \\ - 0,5(2K_{xi1} \mu_{x2i1} + 2K_{xi2} \mu_{x2i2}) \Delta x + 0,5 p_{xi1} (h_{xi1} - h_{xi2}) + 0,5 p_{xi2} (h_{xi1} - h_{xi2}) - \\ - 0,5 \rho_m (h_{xi1} + h_{xi2}) a_{xi} \Delta x = 0 \quad (8)$$

или в окончательном виде по отношению к нормальным контактным напряжениям  $p_{xi1}$ :

$$p_{xi2} = \left\{ 2[K_{xi2} \sqrt{4 - (|\mu_{x1i2}| + |\mu_{x2i2}|)^2} h_{xi2} + \sigma_{xi1} h_{xi1}] + 2K_{xi1} (\mu_{x1i2} + \mu_{x2i2}) \Delta x + \right. \\ \left. + 2K_{xi1} (\mu_{x1i2} + \mu_{x2i2}) \Delta x - p_{xi1} (h_{xi1} - h_{xi2}) - \rho_i (h_{xi1} + h_{xi2}) a_{xi} \Delta x \right\} / (h_{xi1} + h_{xi2}). \quad (9)$$

В качестве направления  $i$ -го рекуррентного решения зоны пластического формоизменения и в случае энергетического (6), и в случае силового (9) подходов принято направление, соответствующее перемещению прокатываемого металла, с учетом чего условия связи, используемые при переходе от расчета  $i$ -го к расчету  $(i + 1)$  элементарного объема (см. рис. 1) соответствовали:

$$x_{(i+1)1} = x_{i2}; h_{x(i+1)1} = h_{xi2}; \mu_{x1(i+1)1} = \mu_{x1i2}; \mu_{x2(i+1)1} = \mu_{x2i2}; \\ 2K_{x(i+1)1} = 2K_{xi2}; \sigma_{x(i+1)1} = \sigma_{xi2}; \sigma_{x(i+1)1} = \sigma_{xi2}; P_{x(i+1)1} = P_{xi2}. \quad (10)$$

Начальные условия, используемые при расчете первого ( $i = 1$ ) элементарного объема, учитывая специфику условий реализации рассматриваемого процесса прокатки, имели вид:

$$x_{i1} \Big|_{i=1} = L_{nl}; h_{xi1} \Big|_{i=1} = h_0; 2K_{xi1} \Big|_{i=1} = 1,155 \sigma_{s0}; \sigma_{xi1} \Big|_{i=1} = -\sigma_0; p_{xi1} \Big|_{i=1} = 0,0, \quad (11)$$

где  $h_0$  – начальное значение толщины;  $\sigma_{s0}$  – исходное значение напряжений текучести, определяемое с учетом температуры и интенсивности междеформационного разупрочнения;  $\sigma_0$  – напряжения заднего натяжения прокатываемой полосы.

Помимо собственно рекуррентного решения зоны пластического формоизменения численные математические модели напряженно-деформированного состояния металла при горячей прокатке относительно тонких полос включали в себя организацию ряда дополнительных процедур, а именно, основными из которых по аналогии с методиками работ [1–3], являются следующие:

– расчет зоны упругого восстановления прокатываемой полосы на выходе из рабочих валков, предполагающий разбиение ее протяженности  $L_{yn}$  (см. рис. 1, а) на конечно множество  $j$ -ых элементарных объемов и последующее рекуррентное решение условий их статического равновесия с использованием обобщенного закона Гука;

– итерационное определение протяженностей зон отставания  $L_{om1}$ ,  $L_{om2}$  и опережения  $L_{on1}$ ,  $L_{on2}$  исходя из условия равенства расчетных и заданных напряжений  $\sigma_1$  переднего натяжения прокатываемой полосы;

– итерационная схема по учету упругого сплющивания рабочих валков, основанная на численной интерпретации методики И. Я. Штаермана, позволяющей учесть реальный характер распределений нормальных контактных напряжений по длине очага деформации;

– численное интегрирование расчетных распределений нормальных и касательных контактных напряжений с целью определения силы, моментов и мощности прокатки;

– расчет на основе численных интерпретаций методик В. Л. Колмогорова и В. А. Огородникова текущих и результирующих показателей степени использования ресурса пластичности металла прокатываемых полос.

В качестве примеров результатов численной реализации рассмотренных математических моделей и соответствующих им программных средств на рис. 2 представлены расчетные распределения по длине очага деформации толщины  $h_x$ , удвоенного значения сопротивления сдвигу  $2K_x$ , касательных  $\tau_x$  и нормальных  $p_x$  контактных, а также нормальных осевых  $\sigma_x$  напряжений, полученные применительно к горячей ( $t = 900^\circ\text{C}$ ) прокатке относительно тонких ( $h_0 = 3\text{ мм}$ ,  $h_1 = 2\text{ мм}$ ) полос из стали 10 и стали 40ХГНМ. Радиусы рабочих валков в этом случае были приняты равными  $R = 300\text{ мм}$ , а скорость прокатки соответствовала  $V_1 = 12\text{ м/с}$ .

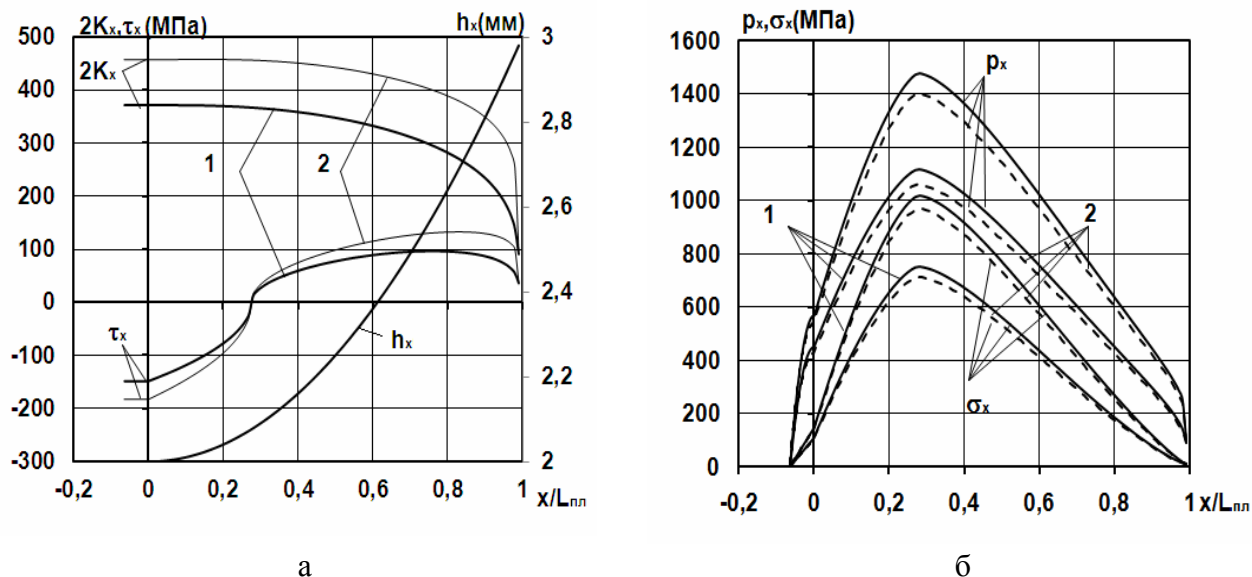


Рис. 2. Расчетные распределения локальных характеристик напряженно-деформированного состояния при горячей прокатке относительно тонких полос из стали 10 (1) и стали 40ХГНМ (2), полученные при численной реализации математических моделей, основанных на энергетическом (—) и силовом (---) подходах

Анализ представленных и аналогичных им результатов свидетельствует о достаточной степени соответствия расчетных распределений, полученных на основе энергетического и силового подходов. В частности, степень несоответствия локальных и интегральных характеристик напряженно-деформированного состояния металла в этом случае не превысила 5 %.

Отмеченное, наряду с удобоваримыми с точки зрения решения многовариантных задач и требований современных систем автоматического регулирования затратами машинного времени ЭВМ, свидетельствует о правомерности использования полученных математических моделей применительно к решению широкого круга задач, связанных с автоматизированным расчетом и проектированием, а также с совершенствованием технологий и оборудования процесса горячей прокатки относительно тонких полос.

### ВЫВОДЫ

С использованием рекуррентных решений конечно-разностных форм условий баланса энергетических затрат и статико-динамического равновесия, рассматриваемых в рамках выделенных элементарных объемов зоны пластического формоизменения, получены численные математические модели локальных и интегральных характеристик напряженно-деформированного состояния металла при горячей прокатке относительно тонких полос, позволяющие учесть реальный характер распределений геометрических параметров, механических свойств и условий внешнего контактного трения по длине очага деформации. Отмеченное, наряду с корректным учетом условия пластичности и приемлемыми затратами машинного времени, свидетельствует о целесообразности использования математических моделей данного уровня применительно к автоматизированному расчету и проектированию технологических режимов работы и оборудования чистовых рабочих клеток широкополосных станов горячей прокатки.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Федоринов В. А. Математическое моделирование напряжений, деформаций и основных показателей качества при прокатке относительно широких листов и полос : монография / В. А. Федоринов, А. В. Сатонин, Э. П. Грибков. – Краматорск : ДГМА, 2010. – 243 с.
2. Сатонин А. В. Численная одномерная математическая модель процесса прокатки относительно тонких композиционных листов и полос, основанная на энергетическом подходе / А. В. Сатонин // Совершенствование технологий и оборудования обработки давлением в металлургии и машиностроении. – Краматорск : ДГМА. – 1998. – № 4. – С. 36–41.
3. Сатонин А. В. Численное конечно-разностное математическое моделирование напряженно-деформированного состояния металла при реализации различных технологических схем обработки давлением / А. В. Сатонин // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. – Краматорськ : ДДМА. – 2001. – С. 559–564.
4. Теория обработки металлов давлением : учебник для вузов / М. В. Сторожев, Е. А. Попов. – М. : Машиностроение, 1977. – 423 с.
5. Сатонин А. В. К расчету сопротивления деформации металлов и сплавов при их горячей прокатке / А. В. Сатонин // Известия вузов. Черная металлургия. – 1999. – № 4. – С. 74–75.

Сатонин А. В. – д-р техн. наук, проф. кафедры АММ ДГМА;

Настоящая С. С. – аспирант ДГМА;

Переходченко В. А. – нач. бюро ПАО «НКМЗ».

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

ПАО «НКМЗ» – ПАО «Новокраматорский машиностроительный завод», г. Краматорск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua